La physique du jonglage, sujet de métropole, mai 2022, exercice au choix A

Énoncé

Exercice sur 5 points

Mots-clés : mouvement dans un champ de pesanteur uniforme, énergie mécanique
L'art du jonglage est la plus ancienne des disciplines de cirque connues ; son origine remonte à l'Égypte ancienne. Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement d'une balle lors d'une démonstration filmée.
On étudie, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, le mouvement d'une balle de jonglage de masse m et de centre de masse C.

Données :

- intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

La figure 1 est extraite d'une vidéo au cours de laquelle une personne jongle avec plusieurs balles. On suit le mouvement dune balle.
Dans cette étude :

- on note $(x\ ;\ y)$ les coordonnées de la position de C dans le repère $(O\ ;\ x\ ;\ y)$ et $(v_x\ ;\ v_y)$ celles de sa vitesse ;
- les évolutions temporelles $y(t)$ et $v_y(t)$ sont respectivement représentées sur les figures 2a et 2b qui font apparaître alternativement des phases notées 1 et 2 ;
- à la date $t = 0$ s la balle, située à l'origine du repère, quitte pour la première fois la main du jongleur avec une vitesse initiale v_0 ;
- lorsque la balle n'est pas en contact avec la main du jongleur, elle est enchute libre. Elle effectue alors un mouvement parabolique en passant d'une main à l'autre, la réception et le lancer se faisant toujours en $y = 0$ m ;

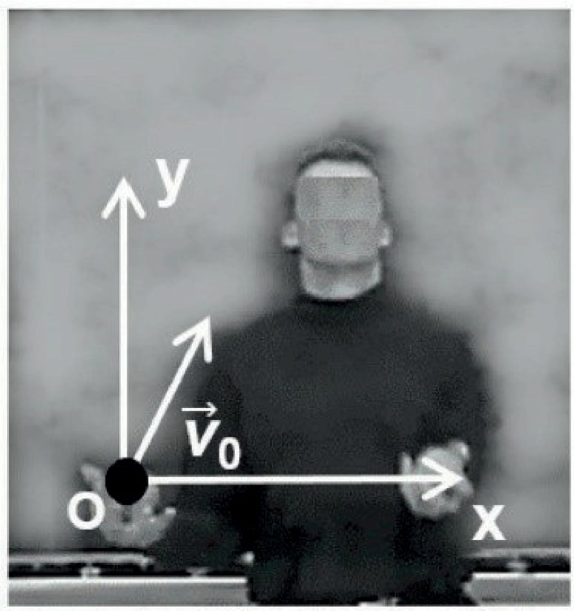
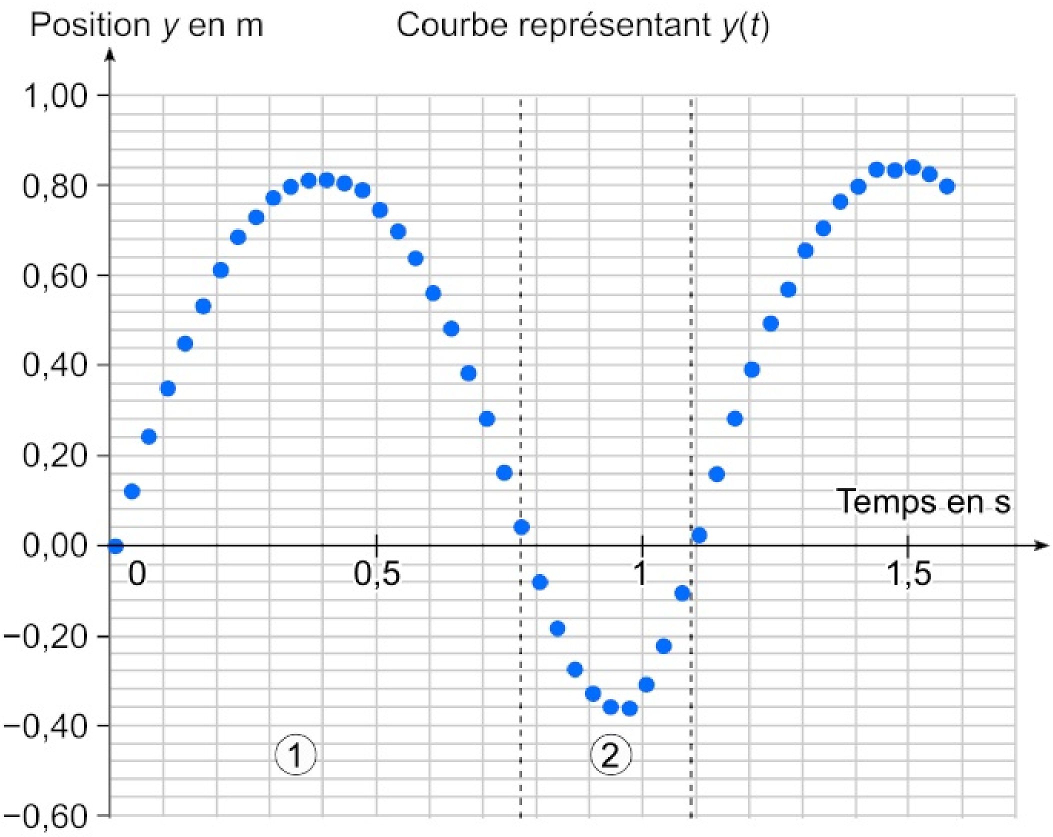
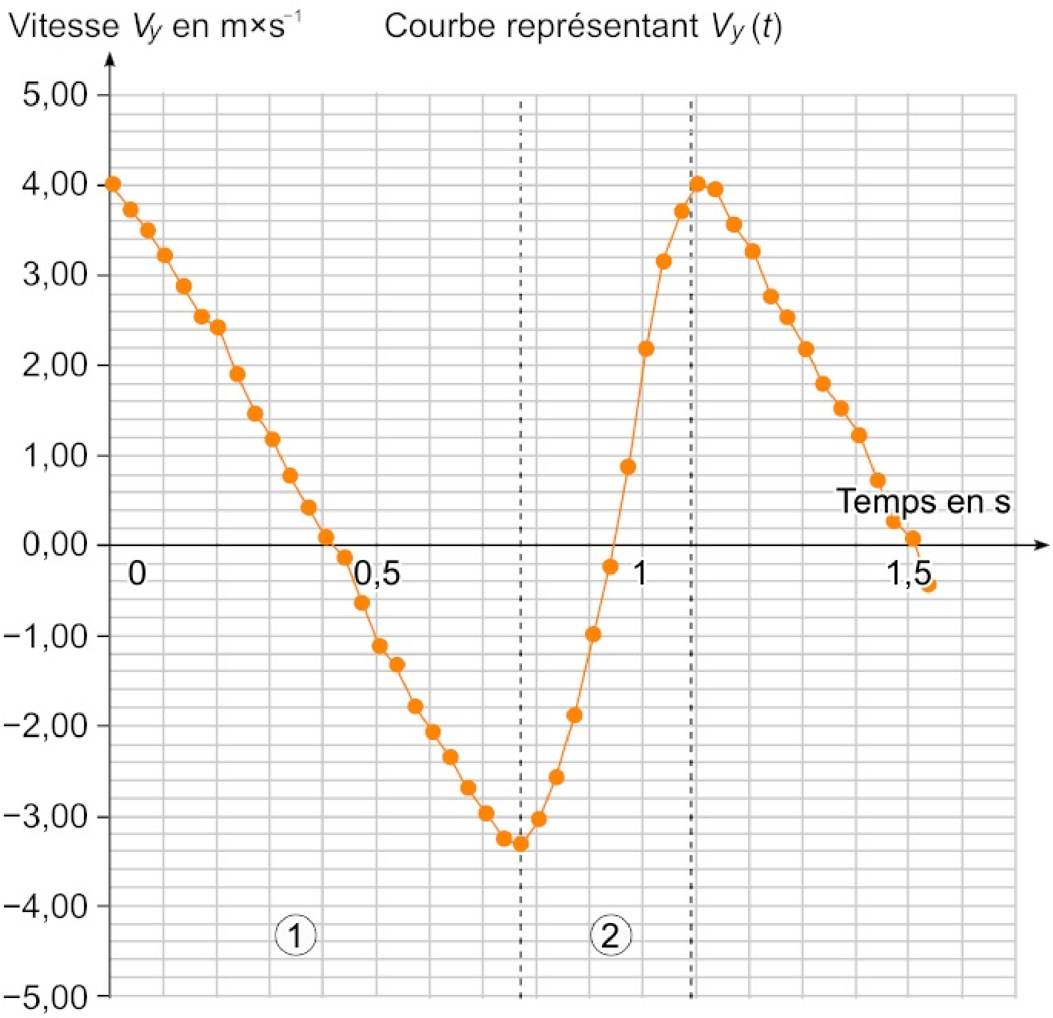


Figure 1. Photographie
- la référence de l'énergie potentielle de pesanteur est choisie à l'ordonnée $y = 0$ m.





1. Décrire qualitativement, selon l'axe Oy, le mouvement de la balle lors de la phase 1 ; à l'aide des figures 2a et 2b.

Observez le mouvement de la balle selon l'axe Oy. En mettant en correspondance la courbe représentant la vitesse de la balle, on pourra décrire au mieux la phase 1.

2. Interpréter la figure 2a pour décrire le rôle de la main sur le mouvement de la balle lors de la phase 2.

Procédez de la même manière pour la phase 2. Déterminez le mouvement où la balle arrive dans la main et quitte de nouveau la main.

3. Justifier à l'aide de la deuxième loi de Newton, dans le cadre du modèle de la chute libre, que la valeur de la composante v_x de la vitesse est constante et égale à la vitesse initiale v_{0x} lorsque la balle n'est plus en contact avec la main du jongleur.

La balle est en chute libre, elle n'est donc soumise qu'à son poids, qui est une force verticale. Déterminez les composantes du vecteur accélération puis celles du vecteur vitesse.

4. Exprimer l'énergie mécanique initiale E_{m0} de la balle en fonction de sa masse m et des composantes v_{0x} et v_{0y} de la vitesse initiale dans le référentiel terrestre.

L'énergie mécanique est la somme de l'énergie cinétique de la balle et de l'énergie potentielle de la balle.

5. Dans toute la suite de l'exercice, on ne s'intéresse qu'à la phase 1. À l'aide d'un raisonnement énergétique appliqué lors de la phase 1, établir que l'expression de l'altitude maximale H atteinte par la balle s'écrit :

$$H = \frac{v_{0y}^2}{2g}$$

Déterminez l'expression de l'énergie mécanique au sommet de la trajectoire de la balle. Comme les frottements sont négligeables, l'énergie mécanique se conserve.

6. Déterminer la valeur de H à partir de la relation précédente et d'une lecture graphique de v_{0y} sur la figure 2b. Comparer le résultat à celui obtenu par lecture graphique de la figure 2a.

La figure 2b donne la valeur de v_{0y}.

7. Établir l'expression littérale de la coordonnée $v_y(t)$ du vecteur vitesse de la balle lors de la phase 1.

La question 3 permet de déterminer la coordonnée du vecteur vitesse selon Oy.

8. Évaluer l'intensité de la pesanteur g à l'aide de la figure 2b lors de la phase 1. Commenter.

Le coefficient directeur de la droite modélisant la courbe de $v_y(t)$ donne, au signe près, l'intensité de la pesanteur g.

9. Déterminer l'équation horaire $y(t)$ du mouvement du centre de la balle lors de la phase 1.

La primitive de la coordonnée de la vitesse $v_y(t)$ donne l'équation horaire y(t).

10. On note t_{air} la durée pendant laquelle la balle est en l'air lors de la phase 1. Établir l'expression de t_{air} en fonction de v_{0y} et de g. En déduire que l'expression du temps de vol dans l'air d'une balle s'écrit :

$$t_{air} = \sqrt{\frac{8H}{g}}$$

La vitesse v_{0y} est déduite de l'expression trouvée à la question 5. La balle est en l'air tant que la valeur y(t) est positive.

11. Calculer la valeur de t_{air} en utilisant la valeur de H obtenue par lecture graphique de la figure 2a. Commenter.

Faites l'application numérique et commentez la valeur obtenue.