

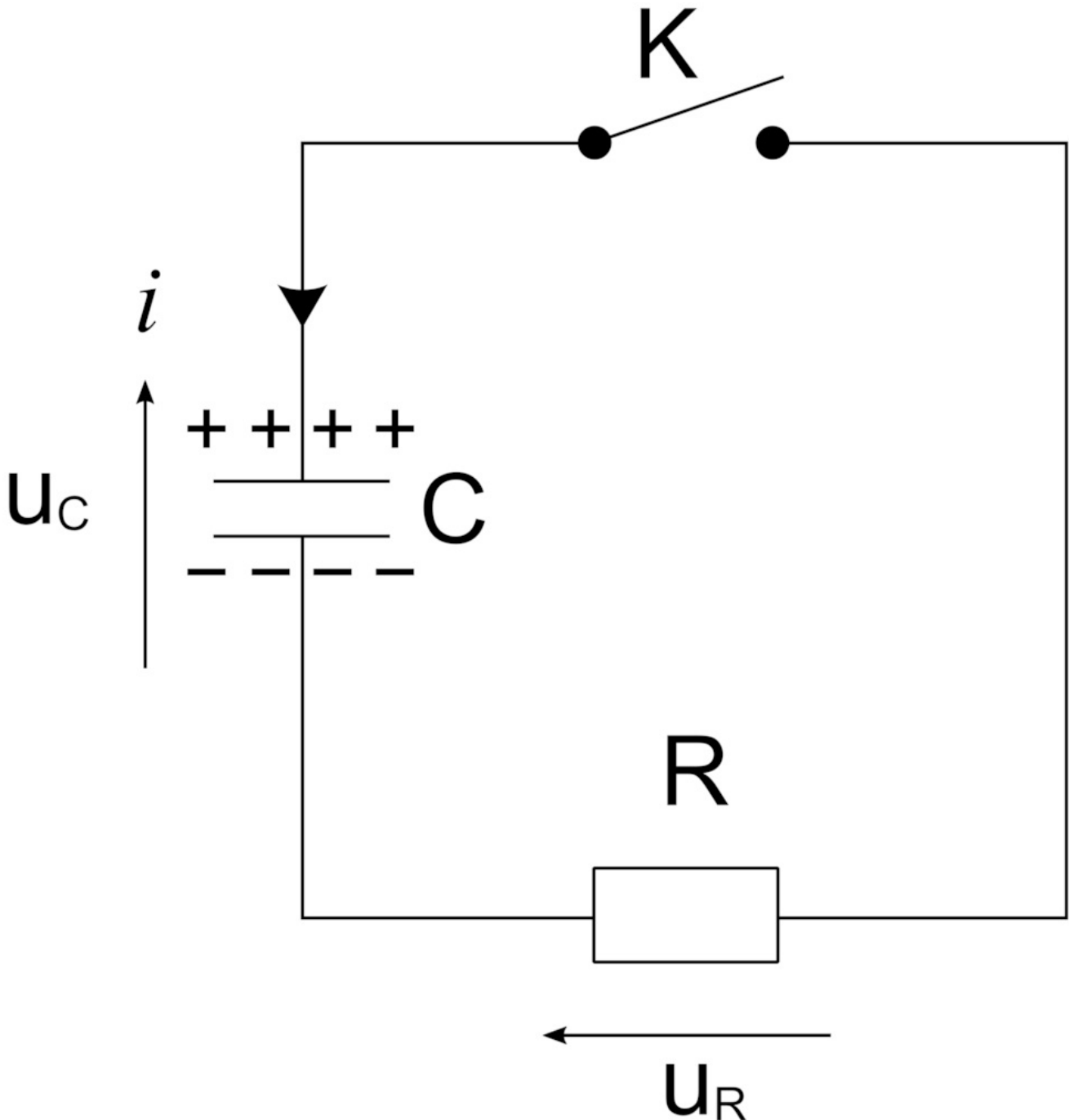
Étudier la dynamique d'un système électrique : le modèle du circuit Résistance-Condensateur (RC)

Énoncé

Exercice 1 (Nouvelle-Calédonie, 2008)

On étudie la décharge du condensateur de capacité $C = 1,0 \text{ F}$ à travers un conducteur ohmique de résistance R .

Schéma du montage



- À $t_0 = 0 \text{ s}$, on ferme l'interrupteur K et la décharge débute. Initialement, la tension aux bornes du condensateur vaut $U_0 = 3,6 \text{ V}$.
1. Établir l'équation différentielle vérifiée par $u_c(t)$ pendant la décharge, et montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{\tau}u_c = 0$, où $\tau = RC$ est la constante de temps du circuit.
 2. Montrer que $u_c(t) = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle précédente.
 3. En déduire qu'une durée environ égale à 5τ permet une décharge quasi-complète du condensateur.
 4. Si l'on considère que cette durée est égale à 20 min, déterminer la valeur de la résistance R du conducteur ohmique qu'il faut alors associer au condensateur de capacité $C = 1,0 \text{ F}$.

La bonne méthode

1. Appliquer la loi d'additivité des tensions (loi des mailles) sur le circuit et la loi d'Ohm, pour relier la tension aux bornes de la résistance au courant qui la traverse. Enfin, utiliser la relation entre le courant traversant un condensateur et sa tension.
2. Injecter l'expression de u_c dans l'équation différentielle établie précédemment.
3. Regarder combien vaut la tension à $t = 5\tau$. Si elle est très petite par rapport à sa valeur initiale, on peut considérer la décharge du condensateur comme quasi-complète.

Exercice 2

Une partie de l'énergie solaire, abondante sur Terre, peut être transformée en énergie électrique par une cellule photovoltaïque (capteur solaire). Cette énergie électrique doit être stockée, car la demande énergétique peut être décalée dans le temps vis-à-vis de l'apport en énergie solaire (utilisation par exemple, d'un éclairage la nuit).

Dans cet exercice, on s'intéresse au stockage de l'énergie électrique dans un condensateur de grande capacité.

Le fabricant du condensateur utilisé indique une valeur de capacité $C = 100000\mu\text{F} \pm 10\%$.

Les caractéristiques de la cellule photovoltaïque en régime normal de fonctionnement sont indiquées ci-dessous (toutes les données ne sont pas utiles) :

Puissance : 0,6 W

Intensité : 270 mA

Tension maximale : 2,25 V

Dimensions : $394 \times 127 \times 20$ mm

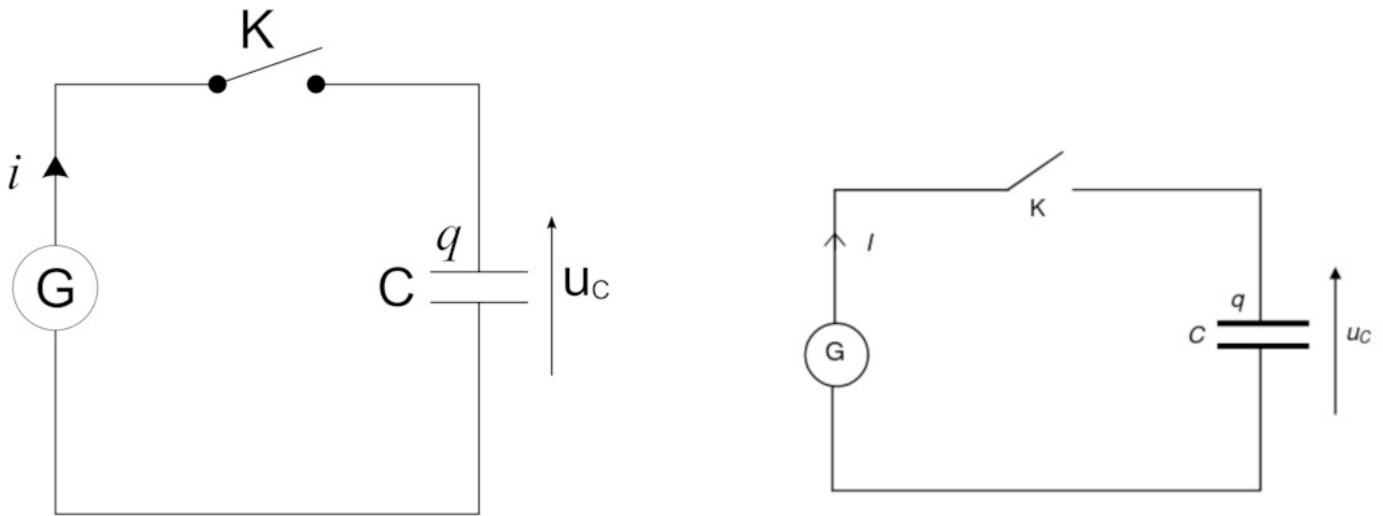
Masse : 0,41 kg

Plage de température : -40 °C à $+60$ °C

La cellule photovoltaïque se comporte comme un générateur G débitant un courant d'intensité constante $I = 0,27$ A, tant que la tension à ses bornes reste inférieure à la tension maximale $U_{\text{max}} = 2,25$ V.

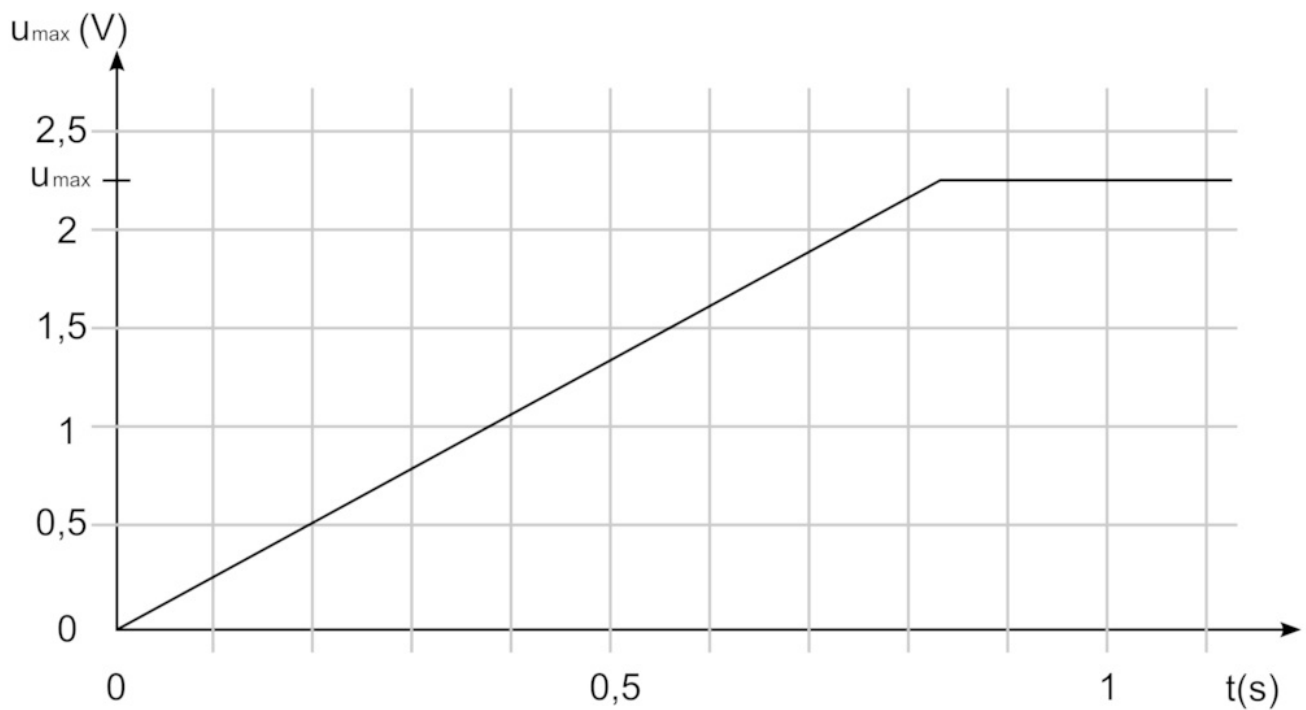
La cellule photovoltaïque est branchée aux bornes du condensateur (figure 1).

Figure 1. Schéma du circuit étudié.



À la date $t_0 = 0$ s, on ferme l'interrupteur K et on débute l'enregistrement informatisé des variations de la tension u_c aux bornes du condensateur en fonction du temps. On obtient le graphe de la figure 2.

Figure 2. Charge du condensateur.



1. Nommer les deux régimes observables sur le graphe $u_c(t) = f(t)$ représenté en figure 2.
2. Donner l'expression de u_c en fonction de C et de la charge q du condensateur.
3. Le condensateur est *initialement déchargé*. Donner l'expression de la charge q du condensateur en fonction de l'intensité I et du temps t lorsque $u_c \leq U_{\max}$ (charge à courant constant).
En déduire que $u_c = \frac{I \times t}{C}$ tant que $u_c \leq U_{\max}$.
4. L'énergie électrique stockée dans le condensateur s'écrit $E = \frac{1}{2} C \times U^2$, avec U la tension à ses bornes. Calculer la quantité d'énergie électrique stockée dans le condensateur lorsque la charge est terminée.

La bonne méthode

1. Se souvenir des deux régimes régissant la charge (et la décharge) d'un condensateur, et faire le lien avec la figure.
2. C'est une formule du cours.
3. Utiliser la relation entre I et le débit de charge $\frac{dq}{dt}$ sachant que le courant est d'intensité constante à ce moment-là.
4. Remarquer, sur la figure 2, que la tension aux bornes du condensateur atteint U_{\max} lorsqu'il est chargé, puis appliquer la formule énoncée.