

Énoncé

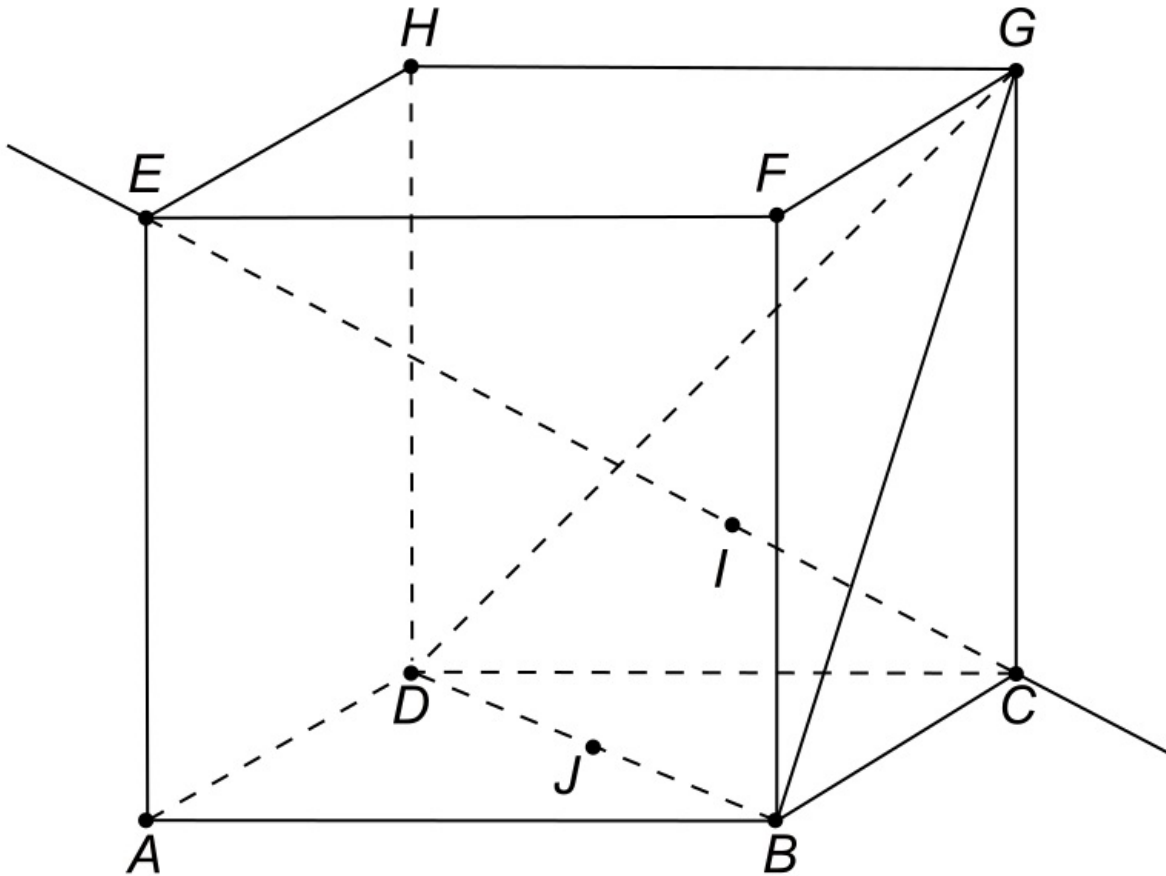
Exercice sur 5 points

On considère le cube $ABCDEFGH$ d'arête 1.

On appelle I le point d'intersection du plan (GBD) avec la droite (EC) .

L'espace est rapporté au repère orthonormé $($

A $\vec{AC}, \vec{AD}, \vec{AE}$).



1. Donner dans ce repère les coordonnées des points E, C, G .
2. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (EC) .
3. Démontrer que la droite (EC) est orthogonale au plan (GBD) .
4. a. Justifier qu'une équation cartésienne du plan (GBD) est : $x + y - z - 1 = 0$.
b. Montrer que le point I a pour coordonnées $(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3})$.
- c. En déduire que la distance du point E au plan (GBD) est égale à $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
5. a. Démontrer que le triangle BDG est équilatéral.
b. Calculer l'aire du triangle BDG . On pourra utiliser le point J , milieu du segment $[BD]$.
6. Justifier que le volume du tétraèdre $EGBD$ est égal à $\frac{1}{3}$.
On rappelle que le volume d'un tétraèdre est donné par : $V = \frac{1}{3} Bh$ où B est l'aire d'une base du tétraèdre et h est la hauteur relative à cette base.