Énoncé

Exercice sur 7 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples.
Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse fausse, une réponse multiple ou l'absence de réponse à une question ne rapporte ni n'enlève de point.
Les six questions sont indépendantes.

1. La courbe représentative de la fonction f définie sur
$\mathbb{R}$
par $f(x) = \frac{-2x^2+3x-1}{x^2+1}$ admet pour asymptote la droite d'équation :

a. $x = -2$

b. $y = -1$

c. $y = -2$

d. $y = 0$

Pour résoudre cette question, il faut connaître le lien entre asymptote d'une courbe et limite de la fonction associée. Pour trouver la limite de cette fonction, il faut utiliser la technique usuelle de factorisation par le terme de plus haut degré, sinon c'est une FI.

2. Soit f la fonction définie sur
$\mathbb{R}$
par $f(x) = x\mathrm{e}^{x^2}$.
La primitive F de f sur
$\mathbb{R}$
qui vérifie $F(0) = 1$ est définie par :

a. $F(x) = \frac{x^2}{2}\mathrm{e}^{x^2}$

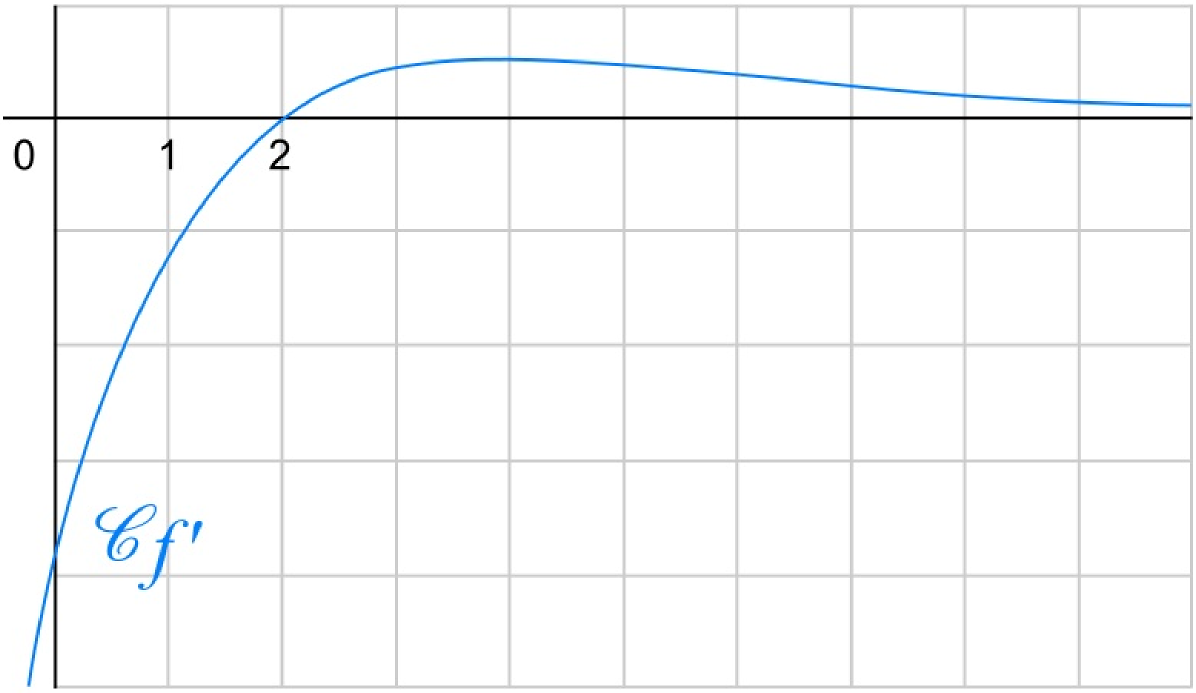
b. $F(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2}$

c. $F(x) = \left(1+2x^2\right)\mathrm{e}^{x^2}$

d. $F(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2} + \frac{1}{2}$

Pour résoudre cette question, vous devez connaître les primitives usuelles et utiliser la primitive de la fonction donnée, qui est la composée de la fonction carrée et de la fonction exponentielle, sans oublier d'utiliser la condition initiale.
Certaines réponses peuvent être éliminées en dérivant la fonction F proposée et en observant que l'on n'obtient pas la fonction f initiale.

3. On donne ci-contre la représentation graphique $C_{f'}$ de la **fonction dérivée f'** d'une fonction f définie sur
$\mathbb{R}$
. On peut affirmer que la fonction f est :



a. concave sur]0 ; +∞[

b. convexe sur]0 ; +∞[

c. convexe sur [0 ; 2]

d. convexe sur [2 ; +∞[

La convexité d'une fonction dépend du signe de sa dérivée seconde et donc aussi des variations de sa dérivée. En observant la représentation graphique de la dérivée de la fonction, on obtient les variations de cette dérivée et on peut donc répondre à la question.

4. Parmi les primitives de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3e^{-x^{-2}} + 2$:

a. toutes sont croissantes sur $\mathbb{R}$

b. toutes sont décroissantes sur $\mathbb{R}$

c. certaines sont croissantes sur $\mathbb{R}$ et d'autres sont décroissantes sur $\mathbb{R}$

d. toutes sont croissantes sur]−∞ ; 0] et décroissantes sur [0 ; +∞[

Les variations des primitives de la fonction f dépendent du signe de cette fonction f. Il faut donc chercher ce signe pour répondre à la question.

5. La limite en +∞ de la fonction f définie sur l'intervalle]0 ; +∞[par $f(x) = \frac{2\ln(x)}{3x^2+1}$ est égale à :

a. $\frac{2}{3}$

b. +∞

c. −∞

d. 0

Pour trouver la limite de cette fonction, il faut utiliser la technique usuelle de factorisation par le terme de plus haut degré, sinon c'est une FI. Il faut également connaître les formules de croissances comparées, car cette fonction est un quotient d'une fonction logarithmique et d'une fonction polynomiale.

6. L'équation $e^{2x} + e^{x} - 12 = 0$ admet dans $\mathbb{R}$:

a. trois solutions

b. deux solutions

c. une seule solution

d. aucune solution

Pour résoudre une équation avec la fonction exponentielle, il faut utiliser un changement de variable afin de revenir à la résolution d'une équation polynomiale classique. Par contre, il faut bien penser à vérifier les solutions obtenues pour savoir si elles sont possibles avec le changement de variable effectué.