

Énoncé

Partie A

On considère la fonction C définie sur l'intervalle $[5 ; 60]$ par :

$$C(x) = \frac{e^{0,1x} + 20}{x}$$

1. On désigne par C' la dérivée de la fonction C .

Montrer que pour tout $x \in [5 ; 60]$, $C'(x) = \frac{0,1xe^{0,1x} - e^{0,1x} - 20}{x^2}$.

2.

On considère la fonction f définie sur $[5 ; 60]$ par :

$$f(x) = 0,1x^{0,1x} - e^{0,1x} - 20$$

a. Montrer que la fonction f est strictement croissante sur $[5 ; 60]$.

b. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans $[5 ; 60]$.

c. Donner un encadrement à l'unité de α .

d. En déduire le tableau de signes de $f(x)$ sur $[5 ; 60]$.

3. En déduire le tableau de variations de C sur $[5 ; 60]$.

4.

En utilisant la question précédente, déterminer le nombre de solutions des équations suivantes :

a. $C(x) = 2$.

b. $C(x) = 5$.

Partie B

Une entreprise fabrique chaque mois x vélos de course, avec $x \in [5 ; 60]$.

Le coût moyen de fabrication, exprimé en milliers d'euros, pour une production de x vélos de course, est donné par la fonction C définie dans la **partie A**.

Déterminer le nombre de vélos à produire pour que le coût de fabrication moyen soit minimal.

La bonne méthode $u_{n+1} = f(u_n)$.

PARTIE A

1. Utiliser la dérivée d'un quotient de deux fonctions.

2.

a. Dériver la fonction f et étudier son signe.

b. Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.

c. Utiliser la calculatrice.

d. Faire le tableau de signes de $f(x)$ sur $[5 ; 60]$.

3. Remarquer que $C'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$.

4.

a. et b. Utiliser le théorème des valeurs intermédiaires.

PARTIE B

Utiliser les résultats de la **partie A**.

Penser à rédiger une conclusion.