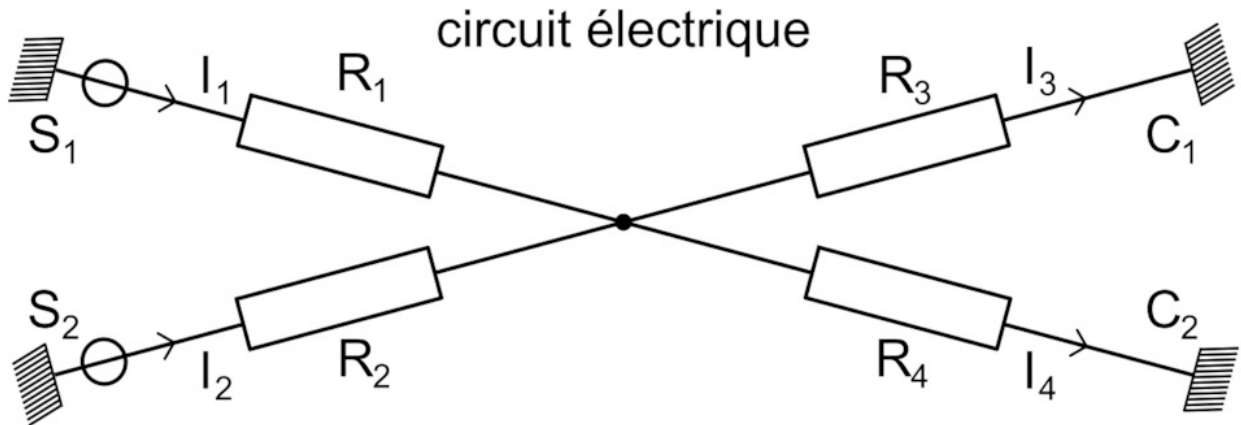


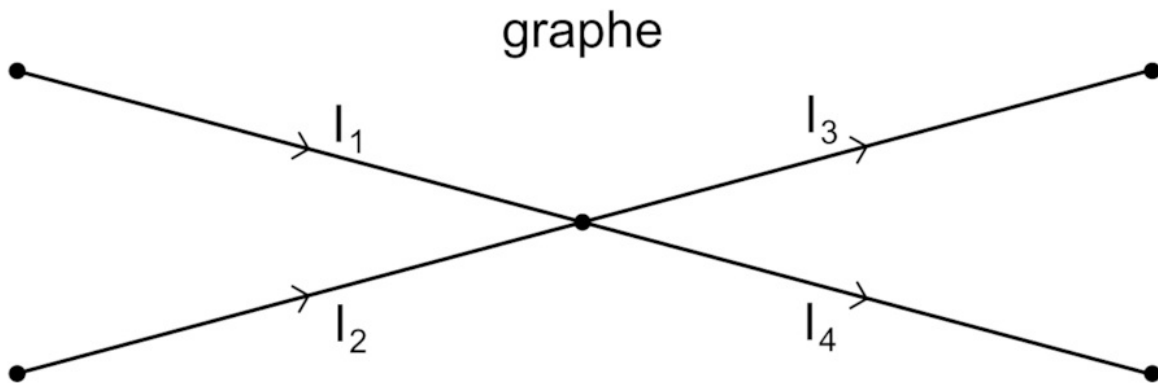
Énoncé

Le sujet

On dispose de deux sources S_1 et S_2 qui produisent du courant continu d'intensité I_1 et I_2 . Le courant doit être acheminé vers deux cibles C_1 et C_2 qui attendent des intensités fixées valant respectivement I_3 et I_4 . Le réseau comporte un unique nœud.



Le modèle mathématique associé est :



Le problème consiste à déterminer les intensités I_1 et I_2 , en ampères, de manière à minimiser la puissance dissipée par effet Joule le long du réseau.

Les contraintes

- Donner la contrainte au niveau du nœud sur les intensités (aussi appelé loi des nœuds). Comme I_3 et I_4 sont constantes, $I_3 + I_4$ est constant. On pose $K = I_3 + I_4$.
- En déduire une expression de I_1 et I_2 en fonction de K . Commenter l'expression obtenue.
- Donner les contraintes sur chacune des intensités I_1 et I_2 par rapport aux valeurs maximales s_1 et s_2 .
- En déduire une inégalité pour I_1 en fonction de K et s_2 .

L'expression de la puissance totale dissipée par effet Joule est notée P_{JT} . Elle doit être calculée pour chacun des cas suivants :

Cas n° 1

$$R_1 = R_3 = R_4 = 0,1 \, \Omega ; R_2 = 0,2 \, \Omega ; I_3 = I_4 = 3 \, \text{A} ; s_1 = s_2 = 5 \, \text{A}$$

- Déterminer l'expression de P_{JT} en fonction de I_1 .
- On obtient une fonction du second degré en I_1 . En traçant cette fonction à la calculatrice, déterminer la valeur du minimum de la courbe.
- En déduire la valeur de I_2 .

Cas n° 2

$$R_1 = R_3 = R_4 = 0,2 \, \Omega ; R_5 = 0,05 \, \Omega ; I_3 = 4 \, \text{A} ; I_4 = 2 \, \text{A} ; s_1 = 5 \, \text{A} ; s_2 = 4 \, \text{A}.$$

- Déterminer l'expression de P_{JT} en fonction de I_1 .
- On obtient une fonction du second degré en I_1 . En traçant cette fonction à la calculatrice, déterminer la valeur du minimum de la courbe.
- En comparant la valeur de I_1 obtenue avec la contrainte précédente, expliquer pourquoi cette optimisation est impossible.

Cas n° 3

$$R_1 = 0,05 \, \Omega ; R_2 = R_3 = R_4 = 0,25 \, \Omega ; I_3 = 4 \, \text{A} ; I_4 = 2 \, \text{A} ; s_1 = 4,5 \, \text{A} ; s_2 = 5 \, \text{A}.$$

- Déterminer l'expression de P_{JT} en fonction de I_1 .
- On obtient une fonction du second degré en I_1 . En traçant cette fonction à la calculatrice, déterminer la valeur du minimum de la courbe.
- En comparant la valeur de I_1 obtenue avec la contrainte précédente, expliquer pourquoi cette optimisation est impossible.

La bonne méthode

Les contraintes

- Faire le bilan des intensités qui arrivent et repartent du nœud.
- Remplacer par K dans la relation précédente. K est une constante.
- Les sources S_1 et S_2 ne peuvent délivrer que les intensités maximales respectives s_1 et s_2 .
- Utiliser la relation trouvée en b) pour déterminer une nouvelle relation à partir de celle déterminée en c).

Cas n° 1

- La puissance dissipée par effet Joule est produite par chacune des résistances. Utiliser les valeurs de l'énoncé et l'expression de la question b) (des contraintes) pour donner une expression numérique P_{JT} de en fonction de I_1 .
- Sur la calculatrice, la variable est x . Il faut donc remplacer I_1 par x .
- Avec l'expression de la question b) (des contraintes), calculer I_2 .

Cas n° 2 et n° 3

- Il s'agit de la même technique que pour la question précédente, en veillant à utiliser les nouvelles valeurs de l'énoncé.
- Sur la calculatrice, la variable est x . Il faut donc remplacer I_1 par x .
- Utiliser les expressions des contraintes sur I_1 pour montrer en quoi l'optimisation est impossible.