

# Définir une homothétie

## Fiche

### Définition d'une homothétie

L'image  $M'$  du point  $M$  du plan par une **homothétie** de centre  $O$  et de rapport  $k$  (non nul) est défini par :

- $OM' = k \times OM$  ;
- si  $k > 0$ ,  $M' \in [OM)$  ( $M$  et  $M'$  sont du même côté par rapport à  $O$ ) ;
- si  $k < 0$ ,  $M' \in [MO)$  ( $M$  et  $M'$  sont de part et d'autre de  $O$ ).



Le point  $M'$  est l'image du point  $M$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-2$ .

### Propriétés d'une homothétie

- L'homothétie de centre  $O$  et de rapport  $-1$  est la symétrie de centre  $O$ .
- Une homothétie conserve l'alignement, le parallélisme et les angles.
- Une homothétie multiplie les longueurs par  $|k|$  : si  $|k| > 1$ , l'image d'une figure est un agrandissement de cette figure et, si  $|k| < 1$ , l'image d'une figure est une réduction de cette figure.
- Une homothétie de rapport  $k$  transforme un segment  $[AB]$  en un segment de longueur  $|k|AB$ .
- Une homothétie de rapport  $k$  multiplie les aires par  $k^2$ .

### Lien avec le théorème de Thalès

Soit  $h$  l'homothétie de centre  $A$  et de rapport  $k$  et  $B$  et  $C$  deux points du plan d'image respective  $M$  et  $N$  par cette homothétie.

Les points  $A, B, C, M$  et  $N$  forment une configuration de Thalès car  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = k$ .

Si  $k > 0$ , c'est la configuration de la figure 1 et, si  $k < 0$ , c'est la configuration de la figure 2.

