Définir une homothétie

Fiche

Définition d'une homothétie

L'image M' du point M du plan par une **homothétie** de centre O et de rapport k (non nul) est défini par :

- OM' = k×OM ;
- si $k > 0$, M'∈[OM) (M et M' sont du même côté par rapport à O) ;
- si $k < 0$, M'∈[MO) (M et M' sont de part et d'autre de O).

Le point M' est l'image du point M par l'homothétie de centre O et de rapport −2.

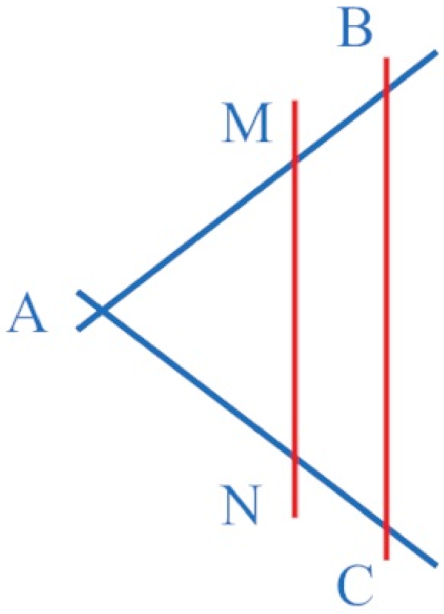
Propriétés d'une homothétie

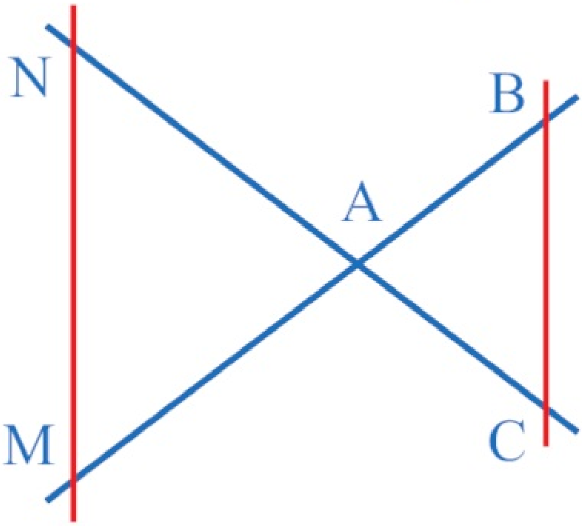
- L'homothétie de centre O et de rapport −1 est la symétrie de centre O.
- Une homothétie conserve l'alignement, le parallélisme et les angles.
- Une homothétie multiplie les longueurs par $|k|$: si $|k| > 1$, l'image d'une figure est un agrandissement de cette figure et, si $|k| < 1$, l'image d'une figure est une réduction de cette figure.
- Une homothétie de rapport k transforme un segment [AB] en un segment de longueur $|k|$AB.
- Une homothétie de rapport k multiplie les aires par k^2.

Lien avec le théorème de Thalès

Soit h l'homothétie de centre A et de rapport k et, B et C deux points du plan d'image respective M et N par cette homothétie.
Les points A, B, C, M et N forment une configuration de Thalès car $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = k$.

Si $k > 0$, c'est la configuration de la figure 1 et, si $k < 0$, c'est la configuration de la figure 2.


B
M
A
N
C


N
B
A
M
C