Résoudre un problème de hausse ou de baisse de pourcentage

Fiche

1. Augmentation

Règle : pour déterminer la nouvelle valeur d'un nombre après une augmentation de t %, on le multiplie par $(1 + \frac{t}{100})$.

• L'explication du coefficient :
- 1, on part du nombre, on va donc le multiplier par 1 ;
- +, c'est une augmentation ;
- $\frac{t}{100}$ correspond à t % du nombre.

On multiplie donc le nombre par 1 augmenté du pourcentage.

• Démonstration :
Soit N le nombre.
Pour calculer la valeur après l'augmentation on va faire : N + t % de N.
Soit $N + \frac{t}{100} \times N$.
On factorise N : $N(1 + \frac{t}{100})$.

• Exemple :
Un article coute 50 €, son prix augmente de 30 %. Calculer le nouveau prix de l'article.
$50 \times (1 + \frac{30}{100}) = 50 \times 1{,}30 = 65$.
Le nouveau prix est donc de 65 €.

• Exemple :
Une voiture coûte neuve 23 000 € son prix augmente de 2,5 %. Calculer le nouveau prix.
$23\,000 \times (1 + \frac{2{,}5}{100}) = 23\,000 \times 1{,}025 = 23\,575$.
Le nouveau prix est donc de 23 575 €.

2. Diminution

Règle : pour déterminer la nouvelle valeur d'un nombre après une diminutionde t %, on le multiplie par $(1 - \frac{t}{100})$.
On multiplie le nombre par 1 diminué du pourcentage.

• Exemple :
Un article coute 50 €, son prix diminue de 30 %. Calculer le nouveau prix de l'article.
$50 \times (1 - \frac{30}{100}) = 50 \times 0{,}7 = 35$.
Le nouveau prix est donc de 35 €.

• Exemple :
Une voiture coûte neuve 23 000 € son prix diminue de 2,5 %. Calculer le nouveau prix.
$23\,000 \times (1 - \frac{2{,}5}{100}) = 23\,000 \times 0{,}975 = 22\,425$.
Le nouveau prix est donc de 22 425 €.

3. Intérêts

• Application de plusieurs pourcentages :
Exemple : un article coûte 125 €, son prix diminue une première fois de 10 %, puis de 20 %, encore de 30 % et enfin de 50 %. Au final combien coûte l'article ?
Le piège serait d'additionner les pourcentages et de dire que l'article est gratuit ! Chaque pourcentage s'applique successivement et non au prix de départ.
On va appliquer successivement les coefficients :
$125 \times (1 - \frac{10}{100}) \times (1 - \frac{20}{100}) \times (1 - \frac{30}{100}) \times (1 - \frac{50}{100}) =$
$125 \times 0{,}9 \times 0{,}8 \times 0{,}7 \times 0{,}5 = 31{,}5$.
À la fin l'article coûte encore 31,5 €.

• Retrouver un prix initial connaissant le prix final :
Pendant les soldes un article coûte 50 €, les soldes sont de 20 %.
Quel était le prix de l'article avant les soldes ?
On sait que : Prix pendant = Prix avant × $(1 - \frac{t}{100})$ (les soldes sont des diminutions).
50 = Prix avant × $(1 - \frac{20}{100})$.
50 = Prix avant × 0,8.
Prix avant = 50 ÷ 0,8 = 62,5.

Le prix avant les soldes était donc de 62,5 €.

4. À retenir

- Une augmentation de t % = le coefficient est égal à $(1 + \frac{t}{100})$.
- Une diminution de t % = le coefficient est égal à $(1 - \frac{t}{100})$.
- Nouveau = Ancien × coefficient (que l'on parle de prix, de population...).