

# Déterminer si un nombre est premier

---

## Fiche

### Divisibilité

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres entiers naturels.

On dit que  $b$  est un **diviseur** de  $a$  s'il existe un nombre entier naturel  $q$  tel que  $a = b \times q$ .

On dit aussi que  $a$  est un **multiple** de  $b$ , ou que  $a$  est **divisible** par  $b$ .

Exemple : 72 est divisible par 8 (et par 9) car  $72 = 8 \times 9$ .

### Nombres premiers

Un nombre entier naturel (supérieur ou égal à 2) est un **nombre premier** s'il admet exactement **2 diviseurs** : 1 et lui-même.

Exemple : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ... sont des nombres premiers. Il en existe une infinité.

### Remarque

Pour déterminer si un nombre entier naturel  $n$

$\geq$

2 est un nombre premier, on doit chercher un diviseur de  $n$  parmi les nombres premiers successifs (2, 3, 5, 7, 11 ...) jusqu'à la valeur  $\sqrt{n}$ .

En effet, si  $n$  n'admet aucun diviseur parmi les nombres premiers successifs jusqu'à la valeur  $\sqrt{n}$ , il n'en admettra pas non plus entre  $\sqrt{n}$  et  $n$  car les diviseurs d'un nombre vont par paires : l'un compris entre 2 et  $\sqrt{n}$ , et l'autre compris entre  $\sqrt{n}$  et  $n$ .

Si  $n$  n'admet aucun diviseur parmi les nombres premiers successifs jusqu'à la valeur  $\sqrt{n}$ , c'est donc un nombre premier.

### Crible d'Ératosthène

Dans le crible d'Ératosthène, qui contient les nombres de 1 à 100, on a rayé successivement les multiples de 2, ceux de 3, ceux de 5 et ceux de 7 ( $11^2 > 100$ ), pour obtenir la liste des nombres premiers inférieurs à 100.

1 est considéré comme n'étant pas un nombre premier.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100