

Fiche

I. Nombres entiers

Nombres entiers naturels

• Un entier naturel est un nombre entier qui est positif ou nul (égal à 0). L'ensemble des **nombres entiers naturels** est noté \mathbb{N} .

• **Exemples** : $5 \in \mathbb{N}$; $2019 \in \mathbb{N}$; $-2019 \notin \mathbb{N}$

Nombres entiers relatifs

• Un entier relatif est un nombre entier qui est positif, négatif ou nul.

• L'ensemble des **nombres entiers relatifs** est noté

\mathbb{Z}

• **Exemples** : $-2019 \in \mathbb{Z}$; $2019 \in \mathbb{Z}$; $0,5 \notin \mathbb{Z}$

II. Multiples et diviseurs

• **Définition** : Soit a et b deux entiers. On dit que a est un **multiple** de b s'il existe un entier k tel que $a = k b$. On dit alors que b est un **diviseur** de a .

• **Exemples** :

2019 est un multiple de 3, car $2019 = k \times 3$ avec $k = 673$.

5 est un diviseur de 70, car $70 = k \times 5$ avec $k = 14$.

20 n'est pas un multiple de 3 car il n'existe pas d'entier k tel que $20 = k \times 3$.

• **Algorithme** : Déterminer si a est un multiple de b .

```
a=int(input("a= "))
b=int(input("b= "))

if a/b==a//b:
    print(a," est un multiple de ",b,"car ",a,"=",a//b,"x",b,".")
else:
    print(a," n'est pas un multiple de ",b,".")
```

• **Remarque** :

$a//b$ donne le quotient de la division euclidienne de a par b .

• **Propriété** :

La somme de deux multiples d'un entier b est un multiple de b .

• **Démonstration** :

Soit x et y deux multiples de b .

Comme x est un multiple de b , il existe un entier k_1 tel que $x = k_1 b$

Comme y est un multiple de b , il existe un entier m_2 tel que $y = m_2 b$

Alors : $x + y = k_1 b + m_2 b = (k_1 + m_2)b$

Or $(k_1 + m_2)$ est un entier donc $x + y$ est un multiple de b .

 [Exercice n°1](#)

 [Exercice n°2](#)

III. Nombres pairs et impairs

• **Définition** :

Un nombre **pair** est un entier multiple de 2. Un nombre **impair** est un nombre qui n'est pas pair.

- **Exemples :**

2018, 2020 et 0 sont des nombres pairs.

2019, 11 et 1789 sont des nombres impairs.

- **Propriétés :**

Un nombre **pair** s'écrit de manière unique sous la forme $2k$, avec k entier. Un nombre **impair** s'écrit de manière unique sous la forme $2k + 1$, avec k entier. Le carré d'un nombre impair est impair.

- **Démonstration :**

Soit a est un nombre impair. Alors il s'écrit sous la forme $a = 2k+1$, avec k entier.

Alors $a^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2(2k^2 + 2k) + 1 = 2m + 1$, avec $m = 2k^2 + 2k$.

m est un entier car il est la somme de deux entiers

Ainsi a^2 s'écrit sous la forme $a = 2m + 1$ (avec m entier) donc a^2 est impair.

 [Exercice n°3](#)

IV. Nombres premiers

- **Définition :**

Un entier naturel est **premier** s'il possède exactement deux diviseurs qui sont 1 et lui-même.

- **Exemples :**

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 sont des nombres premiers.

- **Algorithme :**

Déterminer si un nombre entier est premier.

```
a=int(input("a= "))
```

```
p=True
```

```
for i in range(2,a):
```

```
    if a/i==a//i:
```

```
        p=False
```

```
if p==True:
```

```
    print(a," est premier")
```

```
else:
```

```
    print(a,"n'est pas premier")
```

- **Remarque :**

Le nombre 1 n'est pas premier car il ne possède qu'un seul diviseur : lui-même.

- **Propriété :**

Tout nombre non premier se décompose de manière unique en produit de nombres premiers.

- **Exemple :**

$2019 = 673 \times 3$; $1492 = 2 \times 2 \times 373$

- **Définition :**

On dit que deux nombres sont **premiers entre eux** lorsque leur seul diviseur commun est 1.

On dit qu'une fraction est **irréductible**, lorsque son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

 [Exercice n°4](#)

 [Exercice n°5](#)