# Fiche

**C'est en recherchant des fonctions dérivables sur ℝ dont la dérivée est proportionnelle à la fonction que l'on est conduit à l'étude de la fonction exponentielle. Celle-ci joue un rôle capital en mathématiques, car c'est une fonction de référence : elle intervient dans de nombreuses lois de probabilité.**

## 1. Comment définir la fonction exponentielle ?

### Définition

La fonction exponentielle est l'unique fonction dérivable sur l'ensemble des réels vérifiant les deux conditions suivantes :

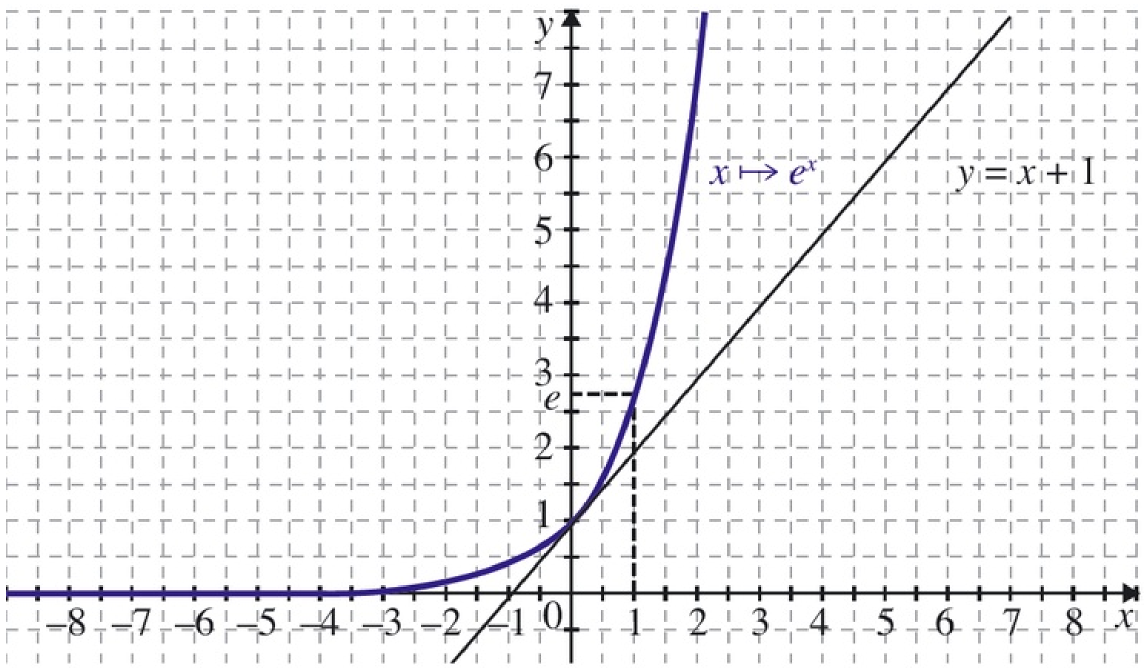
- pour tout réel $x$, exp'($x$) = exp($x$) et exp(0) = 1. Conséquences : $e^0 = 1$ ; $e^1 = e \approx 2,718$ ; $e^{-1} = \frac{1}{e}$ et $e^{0,5} = \sqrt{e}$ ;
- pour tout réel $x$ on a : $e^x \times e^{-x} = 1$.

### Dérivée, courbe représentative

La fonction exponentielle est égale à sa dérivée.

La fonction exponentielle est strictement positive sur ℝ, donc sa fonction dérivée aussi, ainsi la fonction exponentielle est strictement croissante sur
ℝ

### Courbe représentative de la fonction exponentielle




### Dérivée de la fonction $e^u$

Soit $u$ une fonction dérivable sur un intervalle I, alors pour tout réel $x$ appartenant à I on a : $(e^u)'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$.

Exercice n°1

Exercice n°2

## 2. Quelles sont les propriétés à retenir ?

Propriétés :

- relation fonctionnelle : quels que soient les réels $x$ et $y$ on a : $e^x \times e^y = e^{x+y}$ ;
- quels que soient les réels $x$ et $y$ on a $\frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ ;
- pour tout nombre réel $x$ on a : $\frac{1}{e^x} = e^{-x}$ ;
- pour tout nombre réel $x$ on a : $e^{\frac{x}{2}} = \sqrt{e^x}$ ;
- pour tout nombre réel $x$ et pour tout entier $n$ on a : $(e^x)^n = e^{nx}$ ;
- $e^a = e^b$ si et seulement si $a = b$ ;

- $e^a < e^b$ si et seulement si $a<b$.

Exercice n°4

Exercice n°5

Exercice n°6

## À retenir

- La fonction exponentielle est l'unique fonction $f$ dérivable sur l'ensemble des réels qui est sa propre dérivée et qui vérifie $f(0) = 1$.
- Pour tout réel $x$ on a : $e^x \times e^{-x} = 1$.
- Soit $u$ une fonction dérivable sur un intervalle I, alors pour tout réel $x$ appartenant à I on a : $(e^u)'(x) = u'(x) \times e^{u(x)}$.
- $\text{Exp}(x) > 0$ pour tout réel $x$.