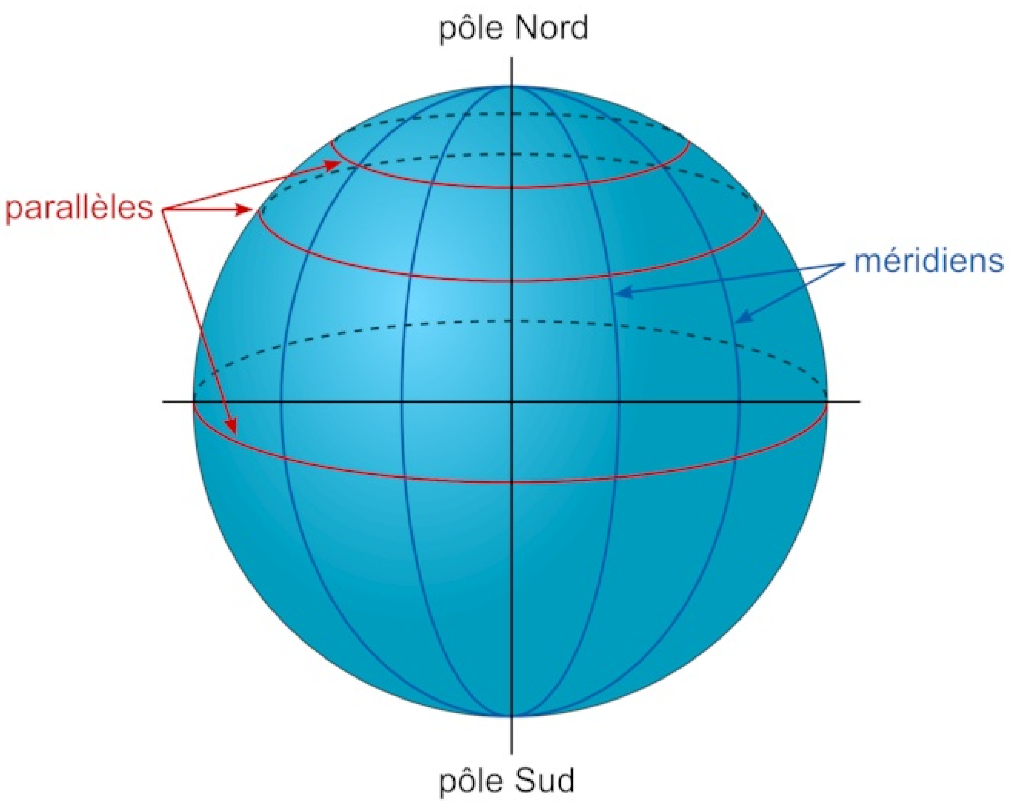
Fiche

On se repère sur Terre grâce à la latitude et la longitude. Mais il a fallu choisir un méridien 0. Ce n'est qu'en 1884 que la convention internationale adopta comme méridien zéro le méridien qui passe par Greenwich (faubourg du sud-est de Londres).

I. Comment se repère-t-on sur Terre ?

• Pour repérer un point sur la Terre, on lui donne deux coordonnées : une par rapport à un méridien et l'autre par rapport à un parallèle. Ces deux nombres sont appelés les **coordonnées géographiques** d'un lieu.

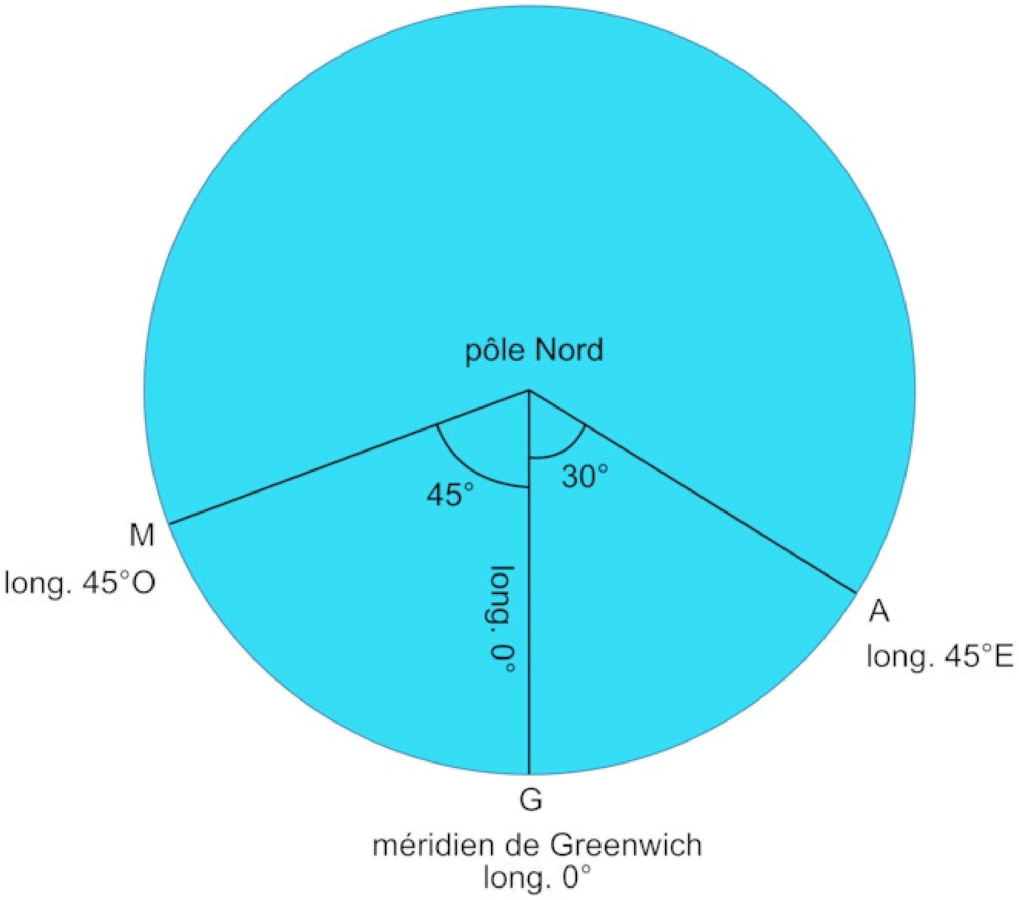
Le repérage sur la Terre



• Chaque méridien est repéré par rapport au **méridien de Greenwich** qui définit le zéro. Un méridien est identifié par l'angle qu'il forme avec le centre de la Terre et le méridien de Greenwich lorsque l'on regarde la Terre de dessus. Les méridiens définissent la **longitude** d'un lieu.

• La longitude d'un point exprime sa position est-ouest par rapport au méridien de Greenwich. Parfois, on donne une valeur négative aux longitudes ouest. Par exemple, la longitude de 4,48° O peut aussi se noter −4,48°.

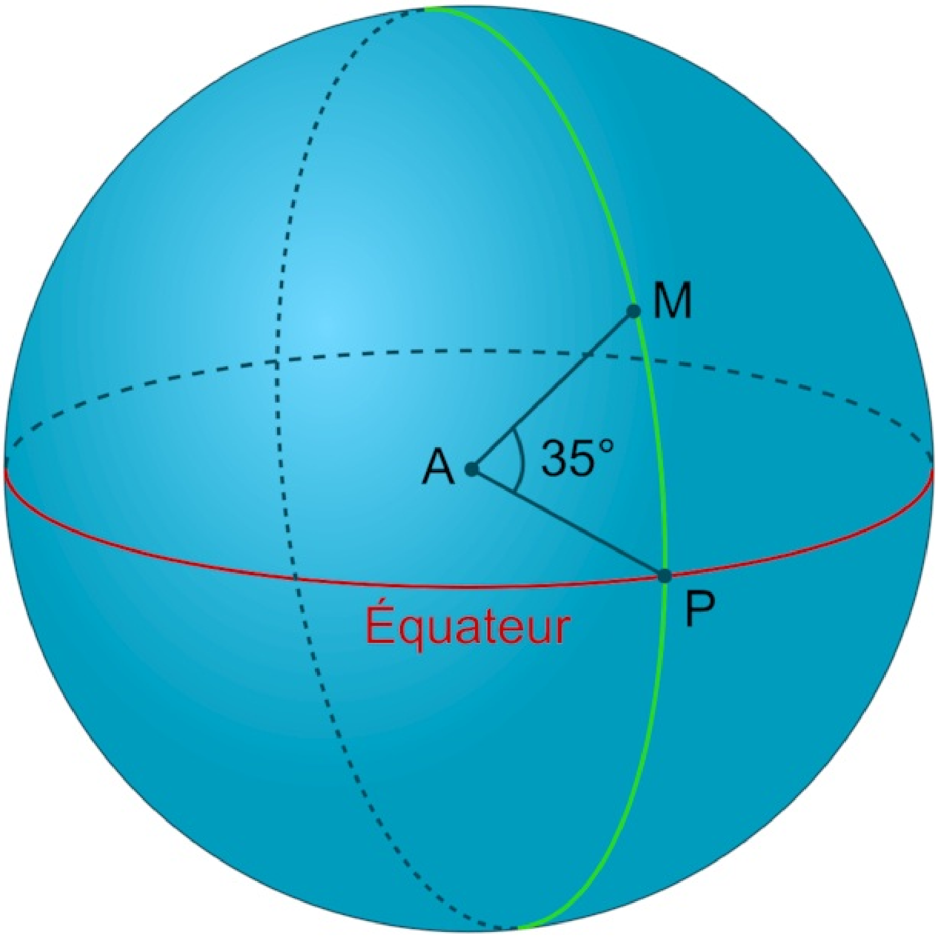
La longitude d'un point



• Les parallèles sont les cercles imaginaires centrés sur l'axe de révolution de la Terre. Leur plan est orthogonal à l'axe. Ce sont des cercles parallèles à l'**équateur**, qui est le parallèle de référence. Ils définissent la **latitude** d'un lieu. Un parallèle est identifié par l'angle qu'il forme avec le centre de la Terre et l'équateur.

• La latitude exprime la position nord-sud par rapport à l'équateur. Par exemple, dans le schéma ci-dessous on peut noter que le point M a pour latitude 35° N.

La latitude d'un point



II. Calcul de la distance entre deux villes situées sur le même méridien

• Prenons une ville notée T et une ville notée A. Elles forment un angle de 70° par rapport au centre de la Terre. Un cercle en entier est associé à un angle de 360°, et correspond à deux fois la longueur du méridien qui est de 20 004 km. Soit une longueur de 40 008 km.

Angle en°	360°	70°
Distance en km	40 008 km	

Le calcul donne la distance entre T et A : $d = \frac{40008 \times 70}{360} = 7\,793$ km.

• Par exemple, si on choisit deux villes sur le même méridien : Dunkerque (51,03° N) et Barcelone (41,38° N), ces deux villes sont séparées de 9,65°.

• Le calcul précédent donne $d = \frac{40008 \times 9{,}65}{360} = 1\,072$ km. Dans la réalité, la distance par le chemin le plus court est 1 073 km. Les valeurs sont donc concordantes.

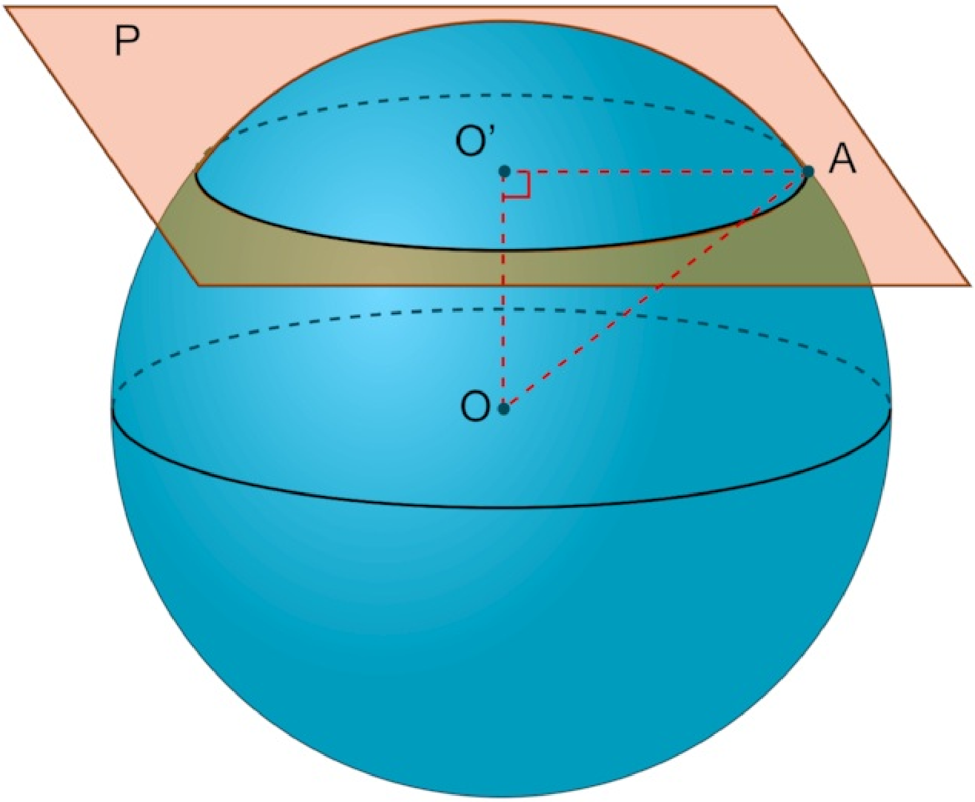
• Le plus court chemin le long d'un méridien est **l'arc de méridien.**

III. Comment calculer la distance entre deux villes situées sur le même parallèle ?

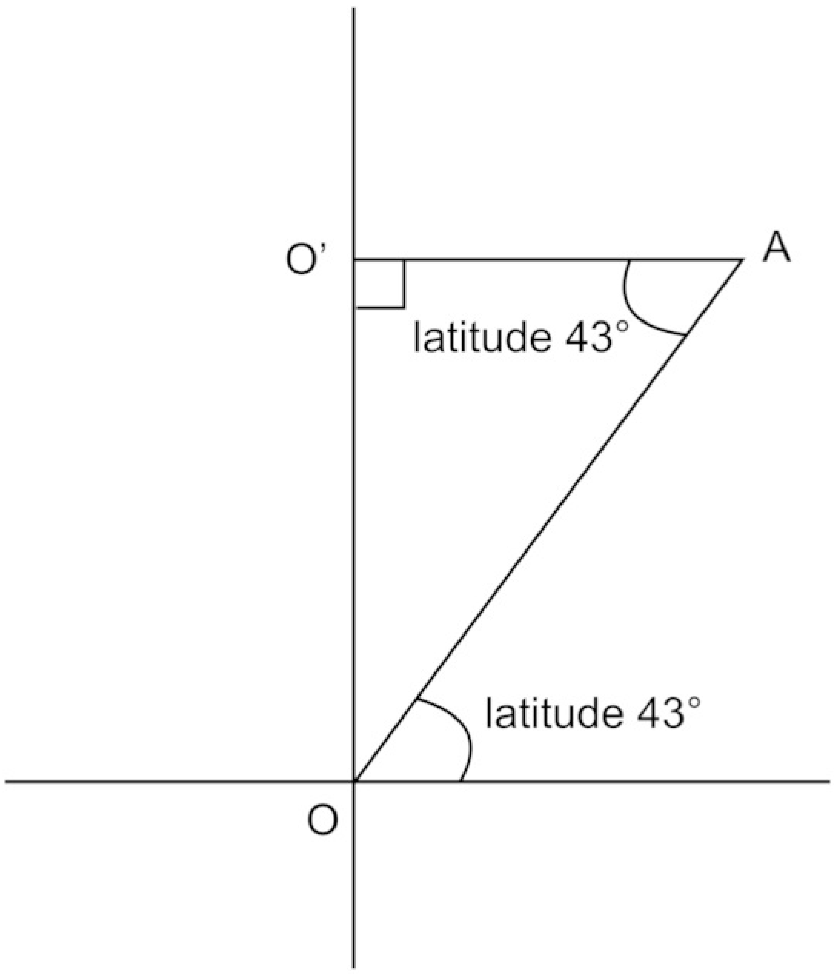
Lorsque l'on coupe une sphère par un plan, on obtient un cercle. Déterminons la distance entre Toulouse (longitude : 1° E) et Toronto (longitude : 79° O), toutes les deux situées sur le parallèle 43° N. La distance, donnée par GPS, entre ces deux villes est 6 220 km à « vol d'oiseau » c'est-à-dire le plus court chemin sur la Terre. Dans la suite, on appellera A la ville de Toulouse et B la ville de Toronto.

Calcul de la distance entre les deux villes par une étude de l'arc du parallèle 43° N

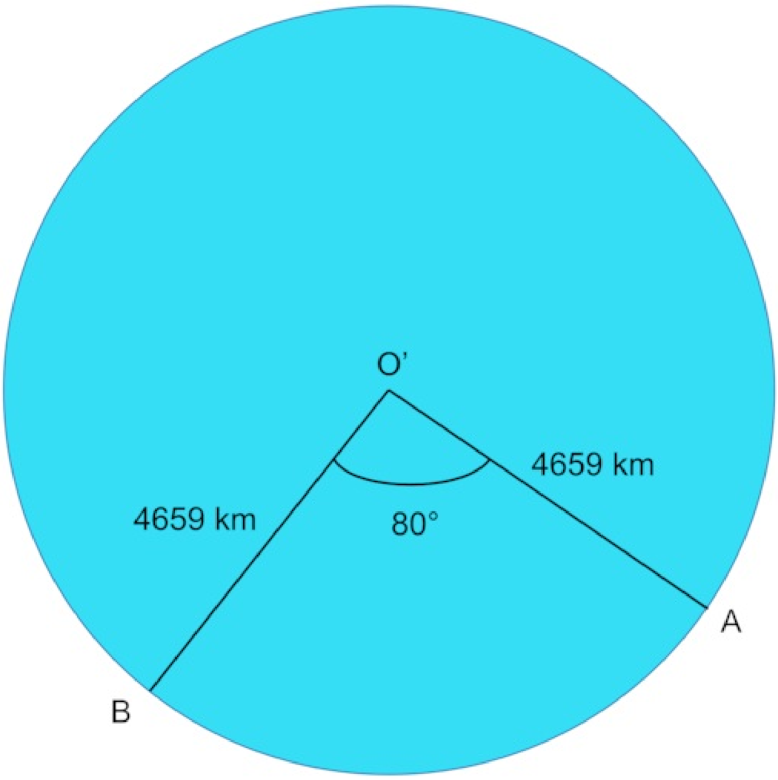
• Intéressons-nous à la coupe de la sphère par un plan qui comprend le parallèle 43° N. [OA] est un rayon de la sphère, OA = 6 370 km. Comme l'une des deux villes est à l'est du méridien de Greenwich et l'autre à l'ouest, l'angle entre elles est donné par 79 + 1 = 80°.



La distance de O' à A est obtenue avec de la trigonométrie.



On trouve d'après le schéma : $\cos 43 = \frac{O'A}{OA}$ d'où $O'A = OA \times \cos 43 = 6\,370 \times \cos 43 = 4\,659\,\text{km}$. Vue de dessus :



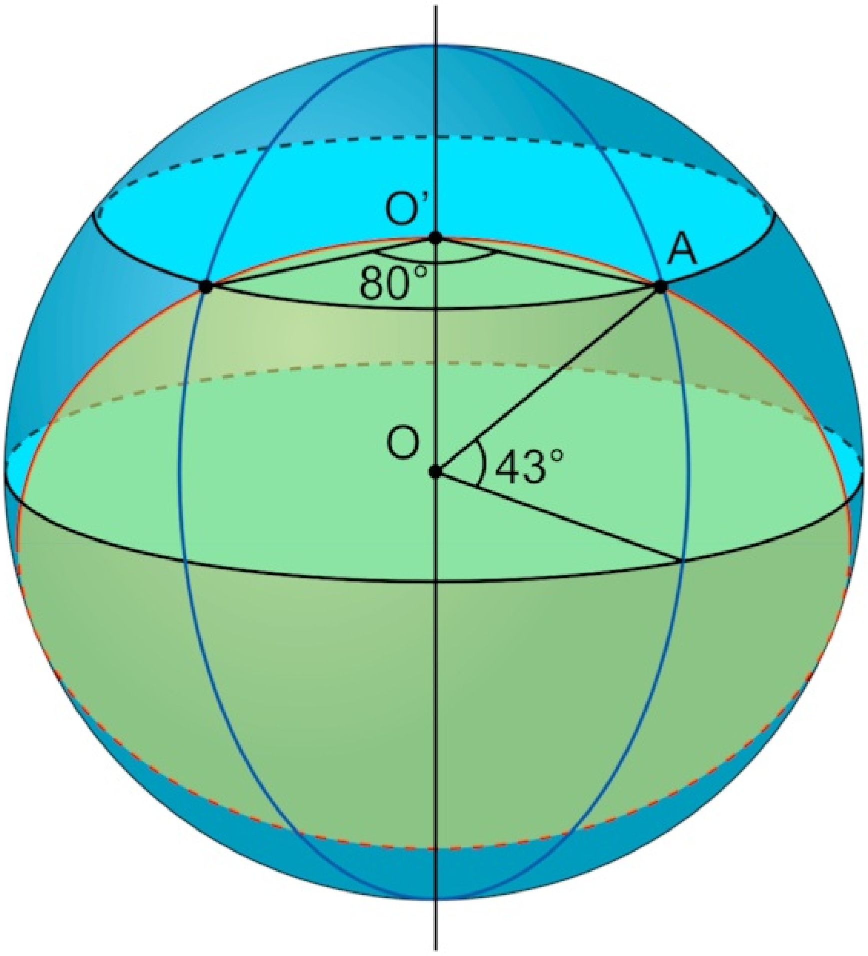
• Calculons le périmètre du parallèle 43° : $p = 2\pi R = 2\pi \times 4\,659 = 29\,272$ km. Un cercle en entier est associé à un angle de 360°, et correspond au périmètre qui est de 29 272 km.

Angle en°	360°	80°
Distance en km	29 272 km	

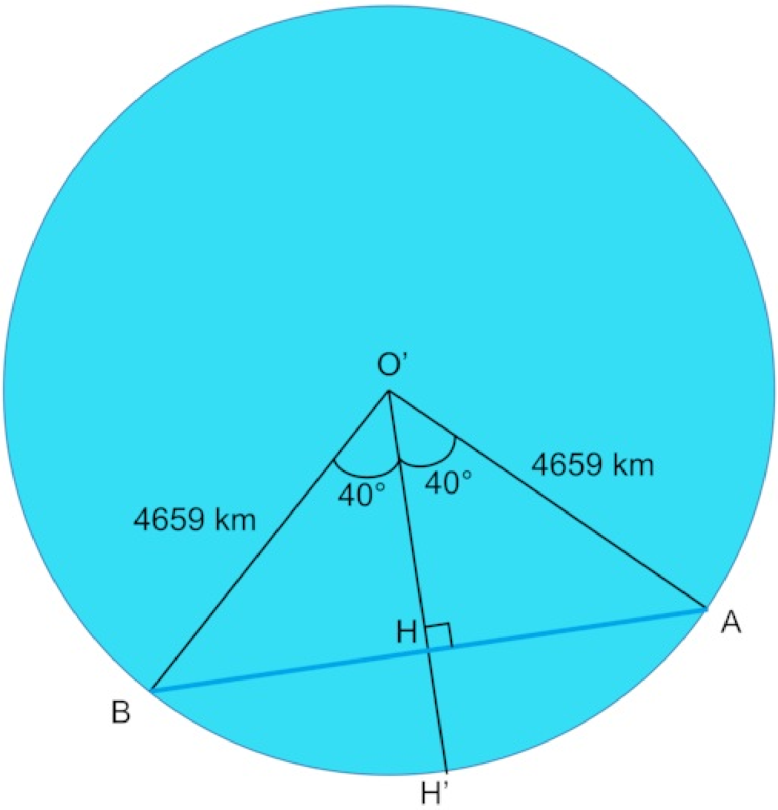
Le calcul donne la distance entre les deux villes (A et B) : $d = \frac{29272 \times 90}{260} = 6\,505$ km. Or, la distance entre ces deux villes est 6 220 km ! Le calcul en prenant en compte le parallèle 43° est donc faux.

Calcul de la distance entre les deux villes par un grand cercle

• Un **grand cercle** est un cercle tracé dont le centre est le même que celui de la sphère. L'équateur est un grand cercle et les méridiens sont des demi-grands cercles. Ce grand cercle passe par les points A et B et son centre est le point O. Par conséquent, les distances OA et OB représentent le rayon de la sphère, c'est-à-dire que OA = OB = 6 370 km.



• Il faut calculer la distance de A à B. Pour cela on reprend les données du cas précédent avec le calcul sur le parallèle. Si on fait une section sur le 43° parallèle, on obtient la figure suivante :



Le triangle O'AB est isocèle en O'. Donc le triangle O'HA est rectangle en H puisque OH est une hauteur et une médiane du triangle O'AB. On peut écrire : $\sin 40 = \frac{HA}{4\,659}$. Donc HA = 4 659 × sin 40 = 2 995 km.
La distance AB = 2 × 2 995 = 5 990 km.
Revenons au triangle OHA : $\sin\widehat{HOA} = \frac{HA}{6\,370} = \frac{2\,995}{6\,370}$, d'où $\widehat{HOA} = 28,05°$. Par conséquent $\widehat{BOA} = 2 \times \widehat{HOA} = 56,10°$.
Un cercle en entier est associé à un angle de 360°, et correspond au périmètre qui est de 40 008 km, puisque c'est un grand cercle.

Angle en°	360°	56,10°
Distance en km	40 008 km	

• Le calcul donne la distance entre A et B, $d = \frac{40009 \times 56,10}{360} = 6\,235\,\text{km}$. Or la distance entre ces deux villes est de 6 220 km. Les valeurs sont compatibles.
L'écart entre les valeurs peut venir de l'arrondi des calculs et des différentes données (longitude, longueur du grand cercle...).

Conclusion

• On a calculé la distance entre les deux villes sur un même parallèle, en utilisant l'arc de parallèle : le résultat était de 6 505 km. La distance entre les deux villes sur un même parallèle en utilisant l'arc du grand cercle est de 6 235 km. Le plus court chemin donné par GPS est de 6 220 km. Par conséquent, le plus court chemin entre deux points sur le même parallèle à la surface de la Terre est la longueur de **l'arc du grand cercle** qui les relie. Or le grand cercle est le cercle passant par les deux points considérés et centrés sur la Terre. Donc tous les méridiens vont former de grands cercles.

• Le plus court chemin entre deux ponts sur le même méridien à la surface de la Terre est la longueur de l'arc de méridien qui les relie. Compte tenu de la définition du grand cercle, le plus court chemin entre deux points sur le même méridien à la surface de la Terre est la longueur de l'arc du grand cercle qui les relie. On peut ainsi généraliser : le plus court chemin entre deux points à la surface de la Terre est **l'arc du grand cercle** qui les relie.

À retenir

On se repère sur Terre grâce à deux coordonnées : la latitude et la longitude.
Les parallèles sont des cercles imaginaires parallèles à l'équateur et les méridiens sont des cercles imaginaires qui relient chacun des pôles.

L'équateur représente le parallèle 0 et le méridien de Greenwich le méridien 0.
La longitude est l'angle que forme le point considéré avec le centre de la Terre et le méridien de Greenwich. Il faut préciser la position est-ouest par rapport au méridien de Greenwich.
La latitude est l'angle que forme le point considéré avec le centre de la Terre et l'équateur. Il faut préciser la position nord-sud par rapport à l'équateur.
Le plus court chemin le long d'un méridien est l'arc de méridien. On obtient sa valeur en faisant une proportionnalité par rapport au périmètre formé par deux méridiens et qui vaut 40 008 km environ.
Le plus court chemin le long d'un parallèle n'est pas la longueur de l'arc de parallèle. C'est en fait la longueur de l'arc formé par le cercle passant par les deux points et centré sur la Terre que l'on appelle grand cercle.